

Δίνεται η  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  συνεχής με  $f'(x)=1$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Αν  $f(3)=|\omega|^2 - 2|\omega|$   
και  $f(1)=4|z-3-3i|-|z-3-3i|^2 - 7$

A1. Να βρεθούν οι γεωμετρικοί τόποι των εικόνων των  $z, \omega \in \mathbb{C}$ .

A2. Αν  $u=iz$  με  $u \in \mathbb{C}$  τότε να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των εικόνων του  $u$  και το  $|z-u|$  μέγιστο ελάχιστο

A3. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση

$|\omega| \cdot z_1^2 - \left(2\sqrt{\ln(2+e^x)}\right)z_1 + \frac{1}{4}(x^2 + 2x + \ln 81) = 0$  με  $x > 0$  έχει πάντοτε μιγαδικές ρίζες.

A4. Αν  $\omega_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  να υπολογίσετε την παράσταση  $K = \omega_1^{2013} + \omega_1^{103}$ .